

$\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$ $z\overline{z} = |z|^2$
 $|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$ $|z+w| \leq |z| + |w|$
 $Re = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$ $Im = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$
 $z^m = r^m e^{im\varphi}$ $\varphi = \arccos(\frac{a}{r})$
 $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\varphi+2k\pi}{n}}$ $k=0,1,\dots,n-1$
 $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k!}$ $|x+y| \leq |x| + |y|$
 $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$
 $a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$
 St. mon. unj. stet. d. h.

exp	.	.	.
sin	.	.	.
cos	.	.	.
tan	.	.	.
x^n	.	.	.
a^x	.	.	.
Polynom	.	.	.
abs	.	.	.
arc	.	.	.
log	.	.	.
$\sqrt[n]{}$.	.	.
Wdh.	.	.	.

inj.: $\forall a_1, a_2 \in A: a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$
 surj.: $\forall b \in B: \exists a \in A: f(a) = b$
 $|q| < 1: \lim_{n \rightarrow \infty} n^q = 0$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = \infty$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 0$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n^r} = 0$ $1 < q$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{q^n} = 0$
 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$
 Mon. \Rightarrow beschr. mon, beschr. \Rightarrow Mon.
 beschr. \Rightarrow Häufungspunkt \Rightarrow min 1 beschr. Teilf.
 Sandwich $U \subset (a,b) \Rightarrow \mathbb{R} \setminus U \subset \mathbb{R} \setminus (a,b)$
 $\exists N \in \mathbb{N}: \forall n > N: a_n = b_n \Rightarrow \lim a_n = \lim b_n$
 jede Folge in \mathbb{R} hat mon. Teilfolge $\in \mathbb{R}$
 beschr. \Rightarrow Cauchy: $\forall \epsilon > 0: \exists N \in \mathbb{N}: \forall n, m \geq N: |a_n - a_m| < \epsilon$
 Knid: abs. konv. \Rightarrow konv.
 Cauchy: $\sum a_n$ konv. $\Leftrightarrow \forall \epsilon > 0: \exists N \in \mathbb{N}$
 $\forall n \geq m \geq N: |\sum_{k=m}^n a_k| < \epsilon$
 heilung: a_n mon u. Nullfolge: $\sum (-1)^k a_n$
 ab konv.
 Maj.: $|a_k| \leq |b_k|$ f. fast alle \Rightarrow
 ($\exists b_k$ abs. konv. $\Rightarrow \sum a_k$ abs. konv.)
 Quot.: $\exists q < 1: |a_{k+1}/a_k| < q$ abs. konv.
 Wng.: $\exists q < 1: \frac{1}{q} |a_k| < q$ f. fast alle \Rightarrow
 $a_k = b_k$ f. fast alle $\Rightarrow a_k$ konv. $\Leftrightarrow b_k$ konv.
 $\sum a_k$ konv. $\Rightarrow a_k$ Nullfolge $\sum \frac{1}{k} = \infty$
 $\sum z^k$ f. $|z| < 1: \frac{1}{1-z}$; sonst div.
 $e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ abs. konv.
 $\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$ $\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$
 Phav. \Rightarrow Phav. mit $R = R'$
 $R = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{c_k}{c_{k+1}} \right|$ Potenzreihen in Konv. Rad. $|z-a| < R$

stetig $\Leftrightarrow \forall x \in D: \lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p)$
 stetig in $p \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D: (|x-p| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(p)| < \epsilon)$
 $0 \in \mathbb{R}; \delta: 0 \rightarrow \mathbb{R} \neq 0, \rho \in \mathbb{R}$
 $\lim_{x \rightarrow p} f = q \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D \cap U_\delta(p): |f(x) - q| < \epsilon$
 $f(x) \in U_\epsilon(q)$ $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ stet. \Rightarrow f ist stet.
 Zus.: $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ stet., $c \in \mathbb{R}$
 $f(a) \geq c \geq f(b) \Rightarrow \exists p \in [a,b]: f(p) = c$
 stetig mon \Rightarrow (stetig, f^{-1} stetig mon, stetig) auf Intervall
 $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ stet. $\Rightarrow \exists p, q \in [a,b]: f(p) = c \leq f(x) \leq f(q)$ f. beschr. u. stetig $\Rightarrow f([a,b])$ Interv.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gleichm. stet. $\Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x, y \in \mathbb{R}: (|x-y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon)$
 gleichm. stetig \Rightarrow stetig
 f. diffbar in $p \Leftrightarrow f'(x) = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$
 $\Leftrightarrow \exists$ d. Stet.: $f(x) = f(p) + d(x) \cdot (x-p)$ f. alle $x \in D$
 diffbar \Rightarrow stetig, f. stetig
 $f^{-1} = 1 / (f'(f^{-1}(x)))$ MWS:
 $f: [a,b]$ diffbar auf $[a,b]$, $f'(a) \neq 0 \Rightarrow \exists c \in]a,b[: \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = f'(c)$
 lok. Maximum: $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b-a)$
 $\exists \delta > 0: \forall x \in U_\delta(p): f(x) \leq f(p)$
 Mittel: $\exists \delta > 0: \forall x \in U_\delta(p) \exists \xi \in]x,p[: f(\xi) = \frac{f(x) - f(p)}{x-p}$
 $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ stet. + diffbar \Rightarrow
 $(f(a) = f(b) \Rightarrow \exists c \in]a,b[: f'(c) = 0)$
 $\sum c_k R^k$ konv. \Rightarrow f. stet. in \mathbb{R}
 $\sum c_k (x-a)^k$ mit $R > 0 \Rightarrow$ f. auf $]a-R, a+R[$ lok. diffbar, $f^{(n)}(a) = n! \cdot c_n$; $T(x) = f(x)$ f. $]a-R, a+R[$
 $R(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1}$ $a < c < x$
 $f'(a) = f''(a) = \dots = f^{(n-1)}(a) = 0 \neq f^{(n)}(a) \Rightarrow$
 f. n. ger.: Ext.; unger. kein Ext.
 f n-mal diffbar, $f^{(n)}$ stetig in $a \Rightarrow$
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{R_{n+1}(x)}{(x-a)^{n+1}} = 0 \Rightarrow R_{n+1}(x) = (x-a)^{n+1} \cdot p(x)$ mit $\lim_{x \rightarrow a} p(x) = 0$
 f. lok. diffbar in $I: f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n(x)$
 $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} R_{n+1}(x) = 0; \exists M, \theta \in \mathbb{R}_{>0}$
 $|f^{(n)}(x)| \leq M \theta^n$ f. alle $x \in I, n \in \mathbb{N}$
 $f + g(x) = \sum (c_k + d_k) (x-a)^k$ für $|x-a| < r$; $\alpha (x-a)^m f(x) = \sum \alpha c_k (x-a)^{k+m}$ für $|x-a| < r, m \in \mathbb{N}$
 $f(x \cdot x^m) = \sum c_k x^{k+m} \alpha^k$ für $|x| < \frac{r}{|\alpha|}$
 f. diffbar $\Rightarrow f(x) = f(a) + \sum \frac{c_k}{k!} (x-a)^k$
 wenn $f'(x) = \sum c_k (x-a)^{k-1}$
 $\forall x \in]-1,1[: \ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k$
 $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq -1: (1+x)^x = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{x}{k} x^k$

arctan $x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1}$
 Beschr.: $z = \sum a_n, a_n \in \mathbb{C}, a_1 \dots a_n = 0$
 f. beschr. ($m = \inf, M = \sup$) \Rightarrow
 $U_1(f) = \sum_{k=0}^{\infty} m_k (x_k - x_{k-1}); O_2(f) = \sum_{k=0}^{\infty} M_k (x_k - x_{k-1})$ mit $U_1(f) \leq O_2(f)$
 $z < z' \Rightarrow U_2(z) \leq U_2(z'); O_2(z) \geq O_2(z')$
 $U_2(z) \leq O_2(z)$, allg. $U(z) \leq O(z)$
 $U(z) = \sup \{ U_2(z) \mid z \in [a,b] \}$ Beschr.
 f. beschr.: f. in I beschr. $\Leftrightarrow U(f) = O(f) = \int_a^b f(x) dx$
 f. beschr.: $L \in \mathbb{R}; L = \int_a^b f(x) dx \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists$ Beschr. $z \in [a,b]: O_2(z) - U_2(z) < \epsilon$
 $\Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists$ Beschr. $z \in [a,b]: L - \epsilon < U_2(z) \leq O_2(z) < L + \epsilon$
 stetig \Rightarrow in I stetig $\Rightarrow \int_a^b |f(x)| dx < \infty$
 $f, g: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, f. in I beschr., $g(x) = f(x)$
 f. fast alle $x \Rightarrow$ f. in I beschr. mit $\int_a^b f = \int_a^b g$ f. in I beschr., stetig $\Leftrightarrow \exists$ Beschr. $z = \{c_0, \dots, c_n\}$ mit $f_i: [c_{i-1}, c_i] \rightarrow \mathbb{R}$ stet. für $i=1, \dots, n \Rightarrow$ f. in I beschr. mit $\int_a^b f = \sum_{i=1}^n \int_{c_{i-1}}^{c_i} f_i$
 MWS: $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ stet. $\Rightarrow \exists c \in [a,b]: \int_a^b f = f(c) \cdot (b-a)$
 Verallg.: $f, g: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ stet. $g \neq 0 \Rightarrow \exists c \in [a,b]: \int_a^b f \cdot g = f(c) \int_a^b g$
 $(a+c)(a-b) = a^2 - b^2$
 $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^{n-1}$
 Bern. Uglg.: $(1+x)^n \geq 1 + nx$
 $\tan^2 = 1 + \tan^2 = 1 + \cos^2$
 $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ gleichm. stetig \Rightarrow f. stetig,
 $\neg(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow P \wedge \neg Q$
 $\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$ $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$
 $\sin + \sin = 2 \sin \cos$ $\cos + \cos = 2 \cos \cos$
 $\sin - \sin = 2 \sin \cos$ $\cos - \cos = -2 \sin \sin$
 $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$
 $\min \max = \frac{1}{2} (x+y \mp |x-y|)$
 $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(n+2+1)$
 f. stet., $f: [a,b] \subset [a,b] \Rightarrow \exists c \in [a,b]: f(c) = c$